Règle 5 :

Soit une grille de taille.

Nous avons donc pour une case donnée :

* 4 observateurs :,, et ayant pour valeursrespectives.
* Un bâtiment de taille *b.*

Conjecture :

La taille maximum d’un bâtiment pour une case et un observateur donnée est :

Si l’on prend en compte l’ensemble des observateurs pour une case donnée nous avons alors :

Ou est la distance entre une case et un de ses observateurs. (Avec )

Preuve exhaustive:

# Cas d’une grille de 4x4 :

Pour les 4 cas suivant nous fixerons n

Soit ,

Ce résultat est cohérant puisque d’après la Règle1 (ObservateurMinimal), le bâtiment sur cette case doit être de taille 4. Par conséquent nous devons obtenir une taille maximum égale à 4 pour les bâtiments suivants (puisque cet observateur ne pourra pas voir d’autre bâtiment.)

Soit ,

Soit ,

Soit ,

Les résultats pour n=1 sont donc cohérant.

Pour les 4 cas suivant nous fixerons n

Soit ,

Pour que cette observateur puisse voir deux bâtiments il est nécessaire que le bâtiment de taille maximum ne soit pas positionné sur la case qui lui est adjacente. La taille maximum du bâtiment est donc de m-1 soit ici 3.

Soit ,

Soit ,

Soit ,

L’observateur ne donnant pas plus d’information sur la taille des bâtiments suivant il est normal que nous ayons des tailles maximum égales à 4.

Les résultats pour n=2 sont donc cohérents.

Pour les 4 cas suivant nous fixerons n

Soit ,

Pour que cette observateur puisse voir deux bâtiments il est nécessaire que les bâtiments de taille maximum et maximum-1 ne soient pas positionnés sur la case qui lui est adjacente. La taille maximum du bâtiment est donc de m-2 soit ici 2.

Soit ,

Toujours dans cette problématique, il est impossible de placer le bâtiment de taille 4 ici, la taille maximum du bâtiment sur cette case sera donc 3.

Soit ,

Soit ,

L’Observateur ne fournissant pas d’avantage d’information sur ces dernières cases, il est normal d’y trouver une taille maximum égale à 4.

Les résultats pour n=3 sont donc cohérents.

Pour les 4 cas suivant nous fixerons n

D’après la Règles sur les observateurs de taille égale à la taille de la grille nous savons que nous devons construire les bâtiments de façon croissante en partant de l’observateur vers l’extérieur.

Soit ,

Soit ,

Soit ,

Soit ,

Ici les résultats sont tout à fait cohérents avec la précédente règle.

Les résultats pour n=4 sont donc cohérents.

Tous les résultats précédents sont cohérents, nous avons donc prouvé de façon exhaustive que pour une case donnée et toute taille d’observateur nous avons :

# Cas d’une grille de 5x5 :

Pour les 5 cas suivant nous fixerons n

Soit ,

Ce résultat est cohérant puisque d’après la Règle1 (Observateur Minimal), le bâtiment sur cette case doit être de taille 5. Par conséquent nous devons obtenir une taille maximum égale à 5 pour les bâtiments suivants (puisque cet observateur ne pourra pas voir d’autre bâtiment.)

Soit ,

Soit ,

Soit ,

Soit ,

Les résultats pour n=1 sont donc cohérant.

Pour les 5 cas suivant nous fixerons n

Soit ,

Pour que cette observateur puisse voir deux bâtiments il est nécessaire que le bâtiment de taille maximum ne soit pas positionné sur la case qui lui est adjacente. La taille maximum du bâtiment est donc de m-1 soit ici 4.

Soit ,

Soit ,

Soit ,

Soit ,

L’observateur ne donnant pas plus d’information sur la taille des bâtiments suivant il est normal que nous ayons des tailles maximum égales à 5.

Les résultats pour n=2 sont donc cohérents.

Pour les 5 cas suivant nous fixerons n

Soit ,

Pour que cette observateur puisse voir trois bâtiments il est nécessaire que les bâtiments de taille maximum et maximum-1 ne soient pas positionnés sur la case qui lui est adjacente. La taille maximum du bâtiment est donc de m-2 soit ici 3.

Soit ,

Toujours dans cette problématique, il est impossible de placer le bâtiment de taille 5 ici, la taille maximum du bâtiment sur cette case sera donc 4.

Soit ,

Soit ,

Soit ,

L’Observateur ne fournissant pas d’avantage d’information sur ces dernières cases, il est normal d’y trouver une taille maximum égale à 5.

Les résultats pour n=3 sont donc cohérents.

Pour les 5 cas suivant nous fixerons n

Soit ,

Pour que cette observateur puisse voir quatre bâtiments il est nécessaire que les bâtiments de taille maximum, maximum-1 et maximum-2 ne soient pas positionnés sur la case qui lui est adjacente. La taille maximum du bâtiment est donc de m-3 soit ici 2.

Soit ,

Toujours dans cette problématique, il est impossible de placer le bâtiment de taille 5 ici, la taille maximum du bâtiment sur cette case sera donc 3.

Soit ,

De même que précédemment, la taille maximum du bâtiment sur cette case sera donc 4.

Soit ,

Soit ,

L’Observateur ne fournissant pas d’avantage d’information sur ces dernières cases, il est normal d’y trouver une taille maximum égale à 5.

Les résultats pour n= 4 sont donc cohérents.

Pour les 5 cas suivant nous fixerons n

D’après la Règles sur les observateurs de taille égale à la taille de la grille nous savons que nous devons construire les bâtiments de façon croissante en partant de l’observateur vers l’extérieur.

Soit ,

Soit ,

Soit ,

Soit , 4

Soit ,

Ici les résultats sont tout à fait cohérents avec la précédente règle.

Les résultats pour n=5 sont donc cohérents.

Tous les résultats précédents sont cohérents, nous avons donc prouvé de façon exhaustive que pour une case donnée et toute taille d’observateur nous avons :

# Cas d’une grille de 6x6 :

Pour les 6 cas suivant nous fixerons n

Soit ,

Ce résultat est cohérant puisque d’après la Règle1 (Observateur Minimal), le bâtiment sur cette case doit être de taille 6. Par conséquent nous devons obtenir une taille maximum égale à 6 pour les bâtiments suivants (puisque cet observateur ne pourra pas voir d’autre bâtiment.)

Soit ,

Soit ,

Soit ,

Soit ,

Soit ,

Les résultats pour n = 1 sont donc cohérant.

Pour les 6 cas suivant nous fixerons n

Soit ,

Pour que cette observateur puisse voir deux bâtiments il est nécessaire que le bâtiment de taille maximum ne soit pas positionné sur la case qui lui est adjacente. La taille maximum du bâtiment est donc de m-1 soit ici 5.

Soit ,

Soit ,

Soit ,

Soit ,

Soit ,

L’observateur ne donnant pas plus d’information sur la taille des bâtiments suivant il est normal que nous ayons des tailles maximum égales à 6.

Les résultats pour n = 2 sont donc cohérents.

Pour les 6 cas suivant nous fixerons n

Soit ,

Pour que cette observateur puisse voir trois bâtiments il est nécessaire que les bâtiments de taille maximum et maximum-1 ne soient pas positionnés sur la case qui lui est adjacente. La taille maximum du bâtiment est donc de m-2 soit ici 4.

Soit ,

Toujours dans cette problématique, il est impossible de placer le bâtiment de taille 6 ici, la taille maximum du bâtiment sur cette case sera donc 5.

Soit ,

Soit ,

Soit ,

Soit ,

L’Observateur ne fournissant pas d’avantage d’information sur ces dernières cases, il est normal d’y trouver une taille maximum égale à 6.

Les résultats pour n = 3 sont donc cohérents.

Pour les 6 cas suivant nous fixerons n

Soit ,

Pour que cette observateur puisse voir quatre bâtiments il est nécessaire que les bâtiments de taille maximum, maximum-1 et maximum-2 ne soient pas positionnés sur la case qui lui est adjacente. La taille maximum du bâtiment est donc de m-3 soit ici 3.

Soit ,

Toujours dans cette problématique, il est impossible de placer le bâtiment de taille 6 ici, la taille maximum du bâtiment sur cette case sera donc 4.

Soit ,

De même que précédemment, la taille maximum du bâtiment sur cette case sera donc 5.

Soit ,

Soit ,

Soit ,

L’Observateur ne fournissant pas d’avantage d’information sur ces dernières cases, il est normal d’y trouver une taille maximum égale à 6.

Les résultats pour n = 4 sont donc cohérents.

Pour les 6 cas suivant nous fixerons n

Soit ,

Pour que cette observateur puisse voir cinq bâtiments il est nécessaire que les bâtiments de taille maximum, maximum-1 et maximum-2 ne soient pas positionnés sur la case qui lui est adjacente. La taille maximum du bâtiment est donc de m-3 soit ici 2.

Soit ,

Toujours dans cette problématique, il est impossible de placer le bâtiment de taille 6 ici, la taille maximum du bâtiment sur cette case sera donc 3.

Soit ,

De même que précédemment, la taille maximum du bâtiment sur cette case sera donc 4.

Soit ,

Pareillement, la taille maximum du bâtiment sur cette case sera donc 5.

Soit ,

Soit ,

L’Observateur ne fournissant pas d’avantage d’information sur ces dernières cases, il est normal d’y trouver une taille maximum égale à 6.

Les résultats pour n = 5 sont donc cohérents.

Pour les 6 cas suivant nous fixerons n

D’après la Règles sur les observateurs de taille égale à la taille de la grille nous savons que nous devons construire les bâtiments de façon croissante en partant de l’observateur vers l’extérieur.

Soit ,

Soit ,

Soit ,

Soit , 4

Soit ,

Soit ,

Ici les résultats sont tout à fait cohérents avec la précédente règle.

Les résultats pour n=6 sont donc cohérents.

Tous les résultats précédents sont cohérents, nous avons donc prouvé de façon exhaustive que pour une case donnée et toute taille d’observateur nous avons :